

### Polygonzugmethode

Es werde das Anfangswertproblem  $y' = f(x, y)$ ,  $y(0) = 0$  mit der durch

$$f(x, y) = y|y|^{-3/4} + x \sin \frac{\pi}{x}$$

gegebenen stetigen Funktion  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  betrachtet (für  $y = 0$  werde  $y|y|^{-3/4} = 0$  und für  $x = 0$  werde  $x \sin \frac{\pi}{x} = 0$  gesetzt). Sei  $\delta = (n + \frac{1}{2})^{-1}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  und  $y_n$  der zugehörige Eulersche Polygonzug mit den Stützstellen  $x_k = k\delta$ . Beweisen Sie, daß die Folge  $\{y_n\}_{n \geq 1}$  dieser Polygonzüge in keinem Intervall der Form  $[0, a]$ ,  $a > 0$  gleichmäßig konvergiert.

Hinweis: Zeigen Sie durch Fallunterscheidung  $n$  gerade/ungerade und untere bzw. obere Abschätzung, daß die Folge  $\{y_n(x)\}_{n \geq 1}$  für kein  $x \in (0, a_0)$ ,  $a_0 > 0$  hinreichend klein, konvergiert.